

Fondements du rendement et du risque en finance

La relation rendement-risque en finance

Jean-Charles Bagneris

v2021.11.1

Résumé

Ce document présente la relation rendement-risque en finance. Il explique ensuite comment utiliser cette relation pour estimer le rendement attendu sur les actions ordinaires et d'autres actifs.

Mots clés : risque, rendement, diversification, MEDAF

Table des matières

Objectifs d'apprentissage	2
1 Le concept de risque en finance	2
1.1 Le concept de risque	2
1.2 Profils de risque	2
1.3 Le risque en finance défini comme l'incertitude sur le rendement attendu	3
1.4 La relation rendement-risque en finance	4
2 Mesure du risque, portefeuilles et marchés financiers	5
2.1 Mesure du risque	5
2.2 Diversification et rémunération du risque	6
2.3 Mesure du risque systématique	9
2.4 Le modèle d'évaluation des actifs financiers (MEDAF)	11
3 Risque financier et risque de défaut	13
3.1 Les composantes du risque et le "bêta sans dettes"	13
3.2 Le risque de défaut et le rendement attendu sur la dette	15
Résumé	15
Exercices	17
Réponses aux exercices	18

Objectifs d'apprentissage

À la fin de ce module, les étudiants devraient pouvoir :

- Définir le concept de risque en finance
- Décrire la relation rendement-risque
- Comprendre l'origine du modèle moyenne-variance
- Citer différentes mesures du risque
- Expliquer l'effet de la diversification et ses conséquences sur la gestion du risque en finance
- Utiliser le MEDAF pour estimer le rendement attendu sur un actif

1 Le concept de risque en finance

1.1 Le concept de risque

Tout le monde comprend de façon plus ou moins intuitive ce que le mot "risque" signifie, mais il peut être relié à des définitions différentes, selon qui vous interrogez, et quand.

Exemple 1

Même si on choisit de rester dans le cadre de la finance, il est facile de trouver différents exemples de situations risquées :

- si vous prêtez de l'argent à quelqu'un, vous pourriez ne pas être remboursé, ou être remboursé plus tard que vous ne l'attendez,
- si vous achetez une action, vous pourriez ne pas en recevoir les dividendes que vous attendez, ou encore le prix de l'action dans le futur pourrait ne pas correspondre à vos attentes,
- si vous investissez dans l'immobilier, vous pourriez avoir des difficultés à revendre votre bien dans le futur, en fonction de l'état du marché à ce moment là.

Vous avez peut-être remarqué que les exemples ci-dessus ont deux points communs :

- ils sont tous liés à un problème d'incertitude à propos du futur : on ne sait pas ce qui va se passer avec certitude, et ce qui va se passer réellement peut être bien différent de ce que nous espérons,
- ils ont tous une connotation négative : à la fin de l'expérience, on aura obtenu moins d'argent (ou un rendement plus faible) que ce qu'on attendait de notre investissement.

À propos de ce dernier point, ce n'est pas nécessairement le cas : le concept de risque est lié à celui d'incertitude à propos du futur dans beaucoup de cultures, mais pas forcément avec une connotation négative. Le futur peut aussi s'avérer meilleur qu'attendu, par exemple parce qu'on aura obtenu un dividende ou un rendement meilleur que ce qu'on pensait.

En finance, le concept de risque est généralement associé à celui d'incertitude. De ce fait, le risque est mesuré à l'aide d'outils conçus pour traiter de l'incertitude, comme les statistiques et les probabilités.

1.2 Profils de risque

Il est important de remarquer que les gens en général (et les investisseurs sont encore majoritairement des gens) peuvent avoir différents profils concernant leur réaction vis-à-vis du risque lié à l'incertitude sur le futur, et peuvent aussi changer de profil de risque en fonction de leur âge, de leur situation etc.

On va définir ci-dessous trois profils de risque différents, et expliquer pourquoi on suppose généralement en finance que les investisseurs appartiennent au profil de ceux qui ont de l'*aversion pour le risque*.

Joueurs Certaines personnes recherchent le risque pour lui-même : il semble qu'elles recherchent la "récompense" de la soudaine montée d'adrénaline qu'il procure. Les joueurs dans les casinos jouent souvent pour le plaisir du jeu plus que pour l'éventuel espoir de s'enrichir, par exemple. Ceux qui mettent en ligne des vidéos dans lesquelles ils escaladent des buildings en construction ou des grues et des antennes pour le plaisir appartiennent probablement à la même catégorie.

Neutres vis-à-vis du risque Les personnes qui sont neutres vis-à-vis du risque prennent leurs décisions en ne considérant que l'espérance de gain liée à un événement. Le risque associé n'intervient pas dans la décision. Illustrons cette idée par un exemple.

Exemple 2

Vous jouez à pile ou face avec un ami. La pièce de monnaie utilisée est normale, et vous jouez chacun votre tour. Si la pièce tombe côté pile, vous payez un certain montant A à votre ami, et si c'est face, c'est lui qui vous verse A . Vous jouez seulement 3 fois : comme c'est un nombre impair, il y aura forcément un gagnant.

La valeur attendue du résultat du jeu est clairement 0 pour chacun d'entre vous, puisque c'est votre espérance de gain à chaque tour :

$$(50\% \times A) + (50\% \times (-A)) = 0$$

Est-ce que cela fait une différence pour vous si la valeur de A est 100 000 € plutôt que 1 € ? Si la réponse est oui, vous n'êtes pas neutre vis-à-vis du risque.

Aversion pour le risque Les gens qui ont de l'aversion pour le risque prennent celui-ci en compte lorsqu'ils prennent des décisions, et appliquent une règle simple : plus le risque perçu est élevé, plus la "récompense" attendue doit être élevée également. On ne fait pas d'autre hypothèse sur la relation entre le risque et le résultat attendu, et en particulier on ne suppose pas qu'elle soit linéaire (ou concave, ou convexe). Remarquez également qu'avoir de l'aversion pour le risque ne signifie pas fuir le risque, ou ne vouloir prendre aucun risque, mais simplement qu'on ne prendra le risque que si "le jeu en vaut la chandelle", si le résultat attendu est suffisamment important – et chacun a sa propre idée de ce que signifie "suffisamment important".

Beaucoup de modèles en finance supposent que les agents sur les marchés financiers ont de l'aversion pour le risque : ils investiront dans un titre risqué seulement si le résultat attendu est "suffisamment élevé". Le reste de ce document adoptera la même hypothèse. Cette idée est développée dans les sections suivantes, en particulier comment estimer ce que représente un résultat "suffisamment élevé".

1.3 Le risque en finance défini comme l'incertitude sur le rendement attendu

On a maintenant assez de concepts à notre disposition pour faire une pause et fixer une définition du risque pour la suite du document. On a vu que le risque est souvent lié à l'incertitude sur les résultats futurs, et plus spécifiquement, sur la différence entre le résultat futur et ce qu'on attendait. On a également remarqué que cette différence peut être positive : le résultat futur peut aussi être meilleur que ce qu'on attendait.

En finance, et en particulier en matière d'investissement, le "résultat" d'une opération est généralement mesuré comme son rendement, et c'est ce qu'on va faire ici. De ce fait, le résultat attendu sera le rendement

attendu sur un investissement donné, et l'incertitude sera relative à l'ensemble des rendements futurs possibles.

On définira donc le risque en finance comme **l'incertitude sur les rendements futurs attendus** sur un investissement donné.

1.4 La relation rendement-risque en finance

Compte tenu de la définition du risque ci-dessus, et de l'hypothèse que tous les agents (les investisseurs) ont de l'aversion pour le risque, on peut maintenant discuter de la relation entre risque et rendement en finance de façon un peu plus approfondie.

La conséquence logique des propositions du paragraphe précédent est que plus grande sera l'incertitude sur un investissement, plus élevé devra être le rendement attendu sur celui-ci.

On va faire une hypothèse supplémentaire : il existe au moins un investissement qui est absolument sans risque (il n'y a aucune incertitude sur son rendement futur), et cet investissement possède un rendement non nul (même s'il est probablement faible).

Exemple 3

On admet généralement qu'il n'y a pratiquement aucun risque à investir dans la dette d'états souverains stables politiquement et économiquement. Le risque qu'ils n'honorent pas leurs obligations de payer l'intérêt et de rembourser à l'échéance est extrêmement faible.

Le rendement du ou des investissements sans risque est appelé *taux sans risque* (parfois taux libre de risque), et est noté r_f (comme *risk free* en anglais).

Naturellement, tout investissement risqué devra procurer un rendement plus important que le taux sans risque r_f , puisque les agents ont de l'aversion pour le risque. De ce fait, tout rendement attendu est la somme du taux sans risque r_f et d'un supplément qui dépend du niveau d'incertitude de l'investissement considéré. Ce supplément de rendement est appelé *prime de risque* de l'investissement, et ne dépend que du niveau d'incertitude sur les rendements futurs.

On a maintenant un point de départ, une relation de base très simple entre le rendement et le risque en finance :

$$E(r_i) = r_f + f(u_i) \quad (1)$$

$E(r_i)$ Rendement attendu sur l'investissement i

r_f Taux sans risque

u_i Incertitude sur les rendements futurs de l'investissement i

$f(u_i)$ Prime de risque, fonction de l'incertitude sur les rendements futurs de l'investissement i

Dans les sections qui suivent, on va s'intéresser à la *calibration* de ce modèle, c'est-à-dire comment faire pour y associer des valeurs (des nombres). On commence par le problème de la mesure de l'incertitude.

Testez-vous

Avant de continuer avec la section suivante, faites ce petit test : retrouvez les mots manquants dans les phrases suivantes, extraites de la section que vous venez de lire :

En finance, le concept de risque est généralement associé à celui d[...].

Beaucoup de modèles en finance supposent que les agents sur les marchés financiers ont de l[...] : ils investiront dans un titre risqué seulement si le résultat attendu est [...].

On définit le risque en finance comme [...] sur un investissement donné.

Dans un contexte d'aversion pour le risque, plus grande sera l'incertitude sur un investissement, plus [...] devra être le rendement attendu sur celui-ci.

Tout investissement risqué devra procurer un rendement plus [...] que le taux sans risque r_f , puisque les agents ont de l'aversion pour le risque.

Si vous n'avez pas les réponses, recherchez les phrases dans la section, et assurez-vous de bien avoir compris. Vous pouvez également utiliser ces petites questions dans un logiciel de "spaced repetition", ou relire la section dans quelques jours et voir si vous en retenir plus facilement les idées principales.

2 Mesure du risque, portefeuilles et marchés financiers

2.1 Mesure du risque

Comme on a défini le risque en finance comme l'incertitude associée aux rendements futurs, notre mesure du risque doit être la "taille" de l'incertitude, ou encore dans quelle mesure les rendements peuvent s'éloigner de leur valeur attendue. Plus grande sera l'étendue des valeurs possibles, plus les rendements pourront s'éloigner de la valeur attendue, et plus le risque sera élevé.

De plus, on souhaite que la mesure soit standardisée (donnée en valeur relative), de façon à pouvoir comparer entre eux différents actifs ou investissements.

Finalement, on se rappellera qu'on veut utiliser cette mesure dans une fonction qui va la traduire en une prime de risque, c'est-à-dire le supplément de rendement attendu nécessaire pour que le risque soit accepté. C'est la fonction f de l'équation 1, qui prend u_i , la mesure de risque, comme argument.

Exemple 4

Prenons à nouveau le jeu de l'exemple 2. Si l'enjeu A que le perdant doit verser au gagnant est 1 €, alors on comprend intuitivement que le jeu est beaucoup moins risqué que s'il est $A = 100\,000$ €.

Une façon simple (et pas très robuste) de formaliser ceci est de calculer simplement l'étendue des résultats possibles. S'il y a trois tours de jeu comme dans l'exemple 2, la perte maximale est $-3 \times A$ et le gain maximum $3 \times A$. Donc avec l'enjeu le plus élevé (le cas le plus risqué), l'étendue est de 600 000 € (de -300 000 à +300 000), et dans l'autre cas, elle est de 6 € seulement (de -3 à +3).

On veut donc une mesure de “largeur” de l’ensemble des possibles, telle que l’étendue. Il n’est certainement pas nécessaire d’inventer quoi que ce soit pour ça. Les problèmes liés à l’incertitude ont été étudiés depuis des siècles, et il existe des outils robustes, il nous suffit de les utiliser correctement.

Le point de départ pour notre mesure du risque sera l’écart-type des rendements futurs. C’est une mesure bien connue, robuste et simple à utiliser, et son calcul est disponible sous forme d’une fonction dans toutes les calculatrices et tableurs.

2.2 Diversification et rémunération du risque

Ne mettez pas tous vos oeufs dans le même panier.

Il est intéressant de constater que le problème de la mesure de l’incertitude sur les rendements futurs ne s’arrête pas avec l’écart-type. La plupart des investisseurs suivent la sagesse populaire résumée par le vieil adage qui précède ce paragraphe : ils n’investissent pas tout leur argent dans le même actif ou titre. En utilisant un vocabulaire plus financier, on dirait qu’ils ont plus d’une ligne dans leur portefeuille de titres.

Action	Total	Moyenne	Écart-type
Walmart Inc.	39,48	0,77	2,36
Exxon Mobil Corporation	-1,91	-0,04	1,43

Tab. 1 : Rendements hebdomadaires de Walmart Inc. et Exxon Mobil Corp. en % sur 2017 - Résumé.

Source des données : Yahoo! Finance¹

L’examen des rendements des portefeuilles, et en particulier de l’incertitude associée aux rendements de portefeuilles nous conduit à d’intéressantes observations, qui vont nous permettre de raffiner notre mesure du risque.

Commençons avec un exemple.

Exemple 5

J’ai téléchargé la série de cours de clôture hebdomadaires ajustés de 2017 pour les actions ordinaires de Walmart Inc. d’une part, et de Exxon Mobil Corporation d’autre part (les deux entreprises ont été choisies au hasard dans deux secteurs d’activité différents).

Avec les cours boursiers, j’ai rapidement calculé les rendements de façon un peu simpliste^a. Le résumé des deux séries de rendements est dans la table 1 : la moyenne et l’écart-type des rendements sur l’année sont fournis pour les deux actions.

Notez qu’on ne s’intéresse pas à la performance brute ici : l’horizon temporel choisi, un an, est trop court pour mesurer correctement la rentabilité de chacune des entreprises.

Imaginez maintenant que vous deviez investir votre argent avec le plus faible risque possible, et que vous n’ayez pas d’autre choix que ces deux actions. Vous serez probablement surpris d’apprendre qu’il est possible d’obtenir un rendement positif sur l’année, avec un risque (écart-type) plus faible que celui d’Exxon Mobil Corp. (qui est pourtant le plus faible des deux), simplement en combinant les deux actions dans un portefeuille.

Ce résultat *a priori* surprenant est lié au fait que les rendements des deux actions de cet exemple ne

¹<https://finance.yahoo.com/quote/>

sont pas *parfaitement corrélés* : ils n'évoluent pas toujours de la même façon (dans le même sens et/ou avec la même amplitude). De ce fait, les mouvements de l'un peuvent parfois partiellement compenser les mouvements de l'autre, ce qui a pour résultat une étendue plus faible de valeurs de rendement possible pour le portefeuille. Et bien sûr, plus réduite est l'étendue des valeurs possibles, plus faible est le risque. C'est bien visible sur la figure 1 : la ligne pointillée bleue est pour les rendements de Walmart : il y a clairement plus de valeurs extrêmes, faibles ou élevées, que pour la courbe cyan, qui représente les rendements de Exxon Mobil Corp. De fait, l'écart-type des rendements est plus faible pour Exxon. On voit aussi facilement que leurs mouvements sont parfois de sens opposé, comme début Novembre.

J'ai créé un portefeuille investi à 30% dans Walmart et 70% dans Exxon. Les rendements du portefeuille sont tracés en pointillés rouges sur la figure 1. Il est facile de voir que la ligne rouge est plus lisse ou moins accidentée que la bleue et la cyan, et que le rendement du portefeuille se situe "quelque part entre" les rendements des deux actions. C'est particulièrement visible en février, au début de juin et fin octobre. De fait, la performance de ce portefeuille est indiquée à la table 2 : son écart-type est plus faible que celui des deux actions, et sa performance est positive. Il a donc bien un risque plus faible et une meilleure performance que la moins risquée des deux actions, Exxon Mobil.

^aRendements hebdomadaires continus en ignorant les dividendes.

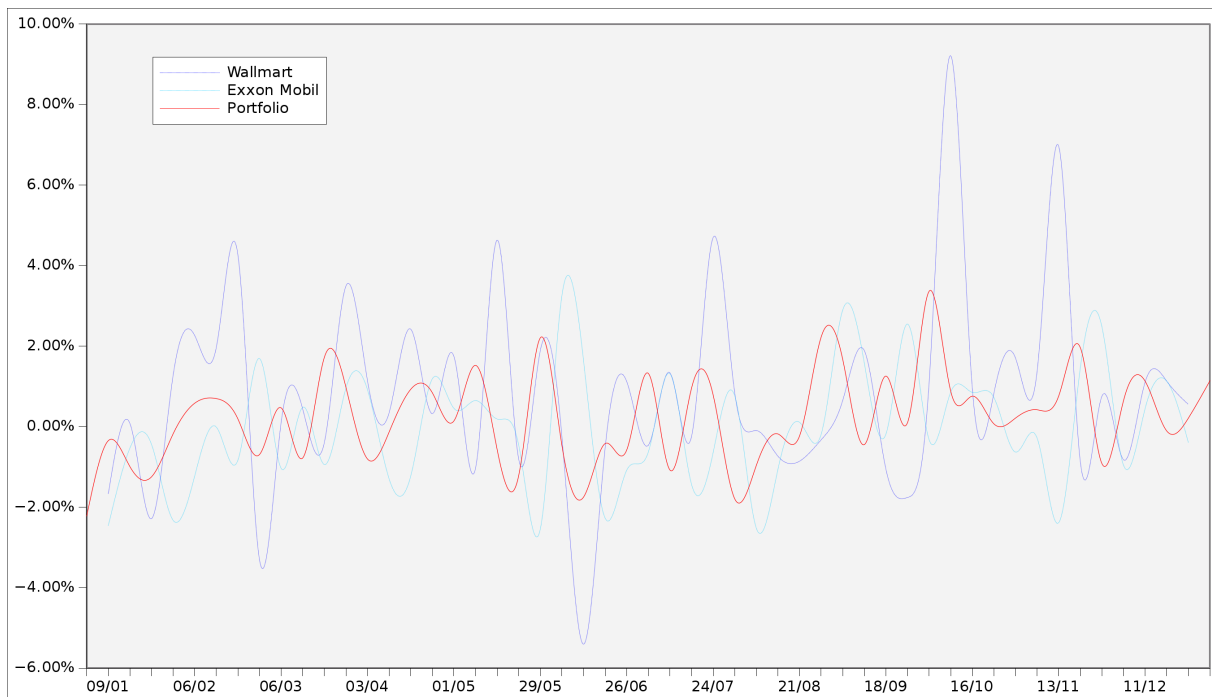


Fig. 1 : Rendements hebdomadaires de Walmart Inc. et Exxon Mobil Corp. sur 2017.

L'effet qui est illustré par cet exemple est connu sous le nom d'*effet diversification*. Comme les rendements de différentes actions sur le marché financier ne sont pas parfaitement corrélés (les cours boursiers de ces actions ne "bougent pas parfaitement" de la même façon), si on associe ces actions dans un portefeuille, certaines des variations vont se compenser. En d'autres termes, on peut se débarrasser d'une partie du risque simplement en combinant différentes actions dans un portefeuille, au lieu de tout investir dans une seule ligne.

Cet effet est en fait quelque peu limité : on ne peut pas supprimer la totalité du risque simplement en ajoutant plus de lignes d'actifs différentes dans un portefeuille, quel que soit le soin que l'on prenne à les

choisir. Il y a une limite, un niveau de risque sous lequel on ne pourra pas aller, quel que soit le nombre de lignes du portefeuille. Pouvez-vous imaginer pourquoi ?

Portefeuille	Total	Moyenne	Écart-type
30% Walmart + 70% Exxon	10,51	0,21	1,14

Tab. 2 : Performance du portefeuille.

Source des données : Yahoo! Finance²

La réponse est bien sûr qu'il est impossible de supprimer totalement l'incertitude liée au futur : on ne connaît pas l'avenir avec certitude, on peut simplement l'imaginer plus ou moins habilement. Mais qu'est-ce exactement qui limite l'effet de la diversification quand on ajoute plus de lignes dans un portefeuille ? Lorsqu'on a remarqué que les mouvements des actions n'étaient pas parfaitement corrélés, une des conséquences est qu'ils le sont *plus ou moins* tout de même. Le fait est que les entreprises qui ont émis ces actions opèrent toutes dans la même économie (dans le même monde, si vous préférez) – et que cette économie est de plus en plus "globale". Ce qui signifie que certains facteurs d'incertitude vont affecter **toutes les entreprises** (mais pas forcément dans les mêmes proportions). On peut penser à des facteurs tels que le prix de l'énergie, ou les taux d'intérêts : toutes les entreprises utilisent de l'énergie et des ressources financières, donc toutes seront affectées par un changement dans le prix de celles-ci. Mais encore une fois, par forcément dans les mêmes proportions.

Exemple 6

Une hausse du cours du pétrole affecterait une compagnie aérienne beaucoup plus qu'un institut de formation. Le prix du carburant est un coût majeur pour la compagnie aérienne, mais pour l'institut de formation, c'est un coût mineur et indirect, peut-être lié au chauffage des salles de cours.

On peut donc envisager la part de risque qu'on peut supprimer par la diversification comme celle qui est spécifique à une entreprise mais n'affecte pas les autres. À l'inverse, la part de risque qui ne peut pas être supprimée est celle qui est commune à toutes les entreprises, même si elles ne sont pas affectées dans les mêmes proportions.

Exemple 7

Supposons deux entreprises qui fabriquent et vendent des microprocesseurs, telles Intel et AMD. Si des chercheurs en sécurité détectent une faille dans le design des processeurs d'une des deux, cela va probablement affecter ses ventes, et profiter à l'autre. Ce risque est *spécifique* à l'entreprise affectée : il lui est dommageable, mais pas à l'autre.

Si vous êtes un investisseur et que vous avez des actions des deux entreprises dans votre portefeuille, alors vous n'êtes pratiquement pas affecté par la faille : l'effet négatif sur les actions de l'entreprise affectée sera compensé par l'effet positif sur celles de son concurrent. Le risque spécifique est supprimé par la diversification.

Mais s'il y a une hausse soudaine dans le prix d'une matière première nécessaire à la fabrication des microprocesseurs, alors les deux entreprises seront affectées : ce risque n'est pas propre ou spécifique à une seule d'entre elles.

²<https://finance.yahoo.com/quote/>

Le risque qui est diversifiable est appelé *idiosyncratique* ou *spécifique*. Celui qui ne l'est pas est appelé *risque systématique*³.

Une conséquence importante de l'effet diversification est que le risque spécifique ne sera pas rémunéré sur un marché financier efficient : il n'y a pas de raison de verser une prime de risque pour un risque qui peut être éliminé gratuitement simplement en diversifiant un portefeuille. De ce fait, on peut raffiner la proposition de la section précédente : comme les investisseurs ont de l'aversion pour le risque, n'importe quel rendement est la somme du taux sans risque, et d'une prime qui est fonction du risque **systématique** seulement. L'équation 1 devient donc :

$$E(r_i) = r_f + f(s_i) \quad (2)$$

s_i est le risque systématique de l'investissement dans l'actif i .

2.3 Mesure du risque systématique

Il nous faut maintenant trouver une façon de mesurer le risque systématique, celui qui est rémunéré. L'écart-type des rendements proposé précédemment mesure la totalité du risque et n'est donc pas approprié ici.

Rappelez-vous qu'on a compris que le risque systématique existe parce que les mouvements de toutes les actions sont corrélés dans une certaine mesure : toutes les entreprises "jouent" dans la même économie. De fait, vous avez probablement remarqué que les informations financières rapportent chaque jour la performance des marchés au travers d'indices financiers, comme si ces marchés étaient une seule entité. Cette information est utile parce que, comme toutes les entreprises sont affectées par les mêmes grandes variables de l'économie (mais, encore une fois, pas dans les mêmes proportions), elles ont tendance à "bouger ensemble" : dans un marché en hausse, rares sont les actions qui baissent, et inversement.

De ce fait, une façon de mesurer le risque systématique serait d'estimer dans quelle mesure les fluctuations des rendements d'une action sont liées aux fluctuations des rendements de toutes les actions du marché financier. On appellera "le rendement de toutes les actions du marché" *rendement du marché*, c'est-à-dire le rendement global de toutes les actions sur le marché. Il existe une mesure de la façon dont une variable "bouge avec" une autre, c'est la *covariance* ("co", avec, "variance", variations). On va donc utiliser la covariance des rendements d'une action et des rendements du marché.

On progresse dans notre quête d'une bonne mesure du risque, mais la covariance n'est pas très pratique : il est très difficile de l'interpréter au-delà de son signe. Si la covariance est positive, alors les rendements ont tendance à "bouger ensemble" dans le même sens, si elle est négative, ils "bougent dans des directions opposées" : le rendement de l'action baisse quand le marché est en hausse et inversement. La raison pour laquelle il est difficile d'en dire plus est que la covariance n'est pas une mesure relative mais absolue, et qu'elle est calculée en multipliant les rendements les uns par les autres, donc l'unité est "pourcentage au carré", ce qui ne signifie pas grand chose, pour moi en tout cas.

Source des données : Yahoo! Finance⁴

Exemple 8

La table 3 montre un résumé des rendements hebdomadaires d'Intel Corp. et de l'indice NASDAQ

³Notez que ce n'est pas la même chose que le risque *systémique*, le risque qu'un système complet s'effondre du fait de faillites en cascade.

⁴<https://finance.yahoo.com/quote/>

Rendements	Total	Moyenne	Variance
NASDAQ Composite	22,34	0,44	0,000131
Intel Corporation	26,33	0,52	0,000626
Covariance			0,000118

Tab. 3 : Rendements hebdomadaires de l'indice NASDAQ Composite et d'Intel Corp. sur 2017 - Résumé.

Composite sur 2017 (les actions d'Intel Corp. sont cotées sur le NASDAQ).

L'exemple complet est disponible en ligne^a sur Google Spreadsheet^b.

De plus, cette table montre sur la dernière ligne la covariance des rendements d'Intel et de l'indice NASDAQ Composite (donc le marché). Comme on l'a remarqué ci-dessus, il est très difficile d'interpréter cette covariance (est-elle forte ou faible ?) au-delà du fait qu'elle est positive.

^aNotez que vous n'avez pas les droits pour directement modifier ce tableau en ligne : vous devez le télécharger pour travailler sur votre propre versions.

^bhttps://docs.google.com/spreadsheets/d/1sj9GMB22rtDS6Y7loQaoksFR-eRrdAAHN7_KEqG87rk/edit?usp=sharing

Une solution au problème de l'interprétation est naturellement de rendre la covariance relative. Mais relative à quoi ? On a expliqué plus haut que ce qui nous intéresse, c'est le risque systématique, et qu'on veut le définir comme la mesure dans laquelle les rendements d'une action "bougent avec" ceux du marché. On va donc rendre la covariance relative au risque de marché total (sa variance). On va exprimer le risque systématique de l'action en *unités de risque de marché*.

La mesure de risque systématique qui en résulte est appelée le bêta, et est définie par :

$$\beta_i = \frac{COV(r_i, r_M)}{\sigma_{r_M}^2} \quad (3)$$

β_i le bêta des actions de l'entreprise i

r_i les rendements de l'action de i

r_M les rendements du marché financier

$COV()$ la covariance d'échantillon

σ^2 la variance d'échantillon (écart-type au carré)

Exemple 9

En reprenant les données de l'exemple 8, le calcul du bêta des actions Intel sera :

$$\beta = \frac{0,000118}{0,000131} = 0,8982$$

En quoi ce résultat est-il plus facile à interpréter que la simple covariance ? Il nous dit que le risque systématique d'Intel est en gros de 0.9 unités de risque de marché, c'est-à-dire légèrement inférieur au risque de l'économie tout entière.

Encore une fois, les calculs fait ici sont simples et naïfs, j'ai utilisé des rendements hebdomadaires sur un an seulement, et le bêta résultant n'est en aucune façon supposé être une estimation correcte. Les données et les résultats présentés ici n'ont pas d'autre valeur que celle d'un exemple.

On peut remarquer que le bêta du marché tout entier est forcément 1, puisque c'est la référence ("le risque du marché est égal à une fois le risque du marché"). Si le bêta d'un actif (d'une action, par exemple) est plus petit que 1, alors le risque systématique de cet actif est plus faible que celui du marché. A l'inverse, si le bêta de l'actif est plus grand que 1, alors le risque systématique de celui-ci est plus grand que le risque de marché. Plus précisément, le risque systématique de l'actif est "bêta \times le risque de marché".

Notez également que le bêta (comme la covariance) peut être négatif. Dans ce cas, l'actif peut être plus ou moins risqué que le marché, mais "bouge dans le sens opposé" : il va généralement baisser dans un marché en hausse et inversement.

2.4 Le modèle d'évaluation des actifs financiers (MEDAF)

Avertissement : dans cette section, je vais délibérément laisser de côté beaucoup des concepts, développements et raisonnements qui ont conduit au MEDAF, ainsi que les démonstrations associées. L'objectif est ici uniquement de présenter le modèle et son utilisation. Il est fortement recommandé que vous alliez lire le chapitre correspondant d'un manuel classique de finance une fois que vous aurez saisi le principe.

Il est temps maintenant de réécrire l'équation 2 pour prendre en compte notre décision de mesurer le risque systématique par le bêta :

$$E(r_i) = r_f + f(\beta_i) \quad (4)$$

C'est-à-dire que le rendement attendu sur un actif (ou un titre tel qu'une action) est la somme du taux sans risque et d'une prime qui est une fonction du bêta de cet actif.

A quoi ressemble cette fonction ? Fort heureusement, elle ne pourrait pas être plus simple : elle nous indique que la prime de risque appropriée pour un actif est le bêta de celui-ci, multiplié par la prime de risque du marché. Cela semble logique : un bêta de 1,5 nous dit que le risque systématique de l'actif concerné est 1,5 fois plus élevé que le risque de marché : faire l'hypothèse que la prime de risque associée doit être 1,5 fois plus grande que celle du marché paraît raisonnable.

Si on note le rendement espéré sur le marché tout entier $E(r_M)$ (lire $E()$ comme "espérance de", r est le rendement et l'indice M est pour le marché), alors la prime de risque du marché (rappelez-vous que la prime de risque est la part de rendement en supplément du taux sans risque) est $E(r_M) - r_f$, c'est-à-dire le rendement du marché qui vient en supplément du taux sans risque.

En utilisant cette notation et la définition de la fonction f qu'on a donnée ci-dessus, on peut écrire la version finale de l'équation 4 :

$$E(r_i) = r_f + \beta_i \times [E(r_M) - r_f] \quad (5)$$

Cette version finale de l'équation est connue comme le modèle d'évaluation des actifs financiers, ou MEDAF (CAPM en anglais). Ce modèle est du au travail de Lintner et Sharpe dans le milieu des années soixante⁵.

Cette formule est suffisamment importante pour qu'on y consacre quelques explications supplémentaires.

Rappelons tout d'abord la définition des variables pour insister sur l'élégante simplicité du modèle. Le rendement espéré ou attendu sur n'importe quel actif est simplement le résultat de la somme d'une base minimale appelée le taux sans risque, et d'une prime de risque appropriée pour cet actif. C'est-à-dire :

⁵Curieusement, ils n'ont pas travaillé ensemble mais on développé la même idée indépendamment.

$$E(r_i) = r_f + \beta_i \times [E(r_M) - r_f]$$

Dans cette équation, la partie en rouge est la prime de risque de l'actif i . On peut réécrire l'équation ainsi :

$$E(r_i) - r_f = \beta_i \times [E(r_M) - r_f]$$

Ce qui nous montre que la prime de risque d'un actif i est le coefficient de risque systématique de cet actif, appelé β_i , multiplié par la prime de risque globale du marché :

$$E(r_i) - r_f = \beta_i \times [E(r_M) - r_f]$$

La partie en bleu est la prime de risque du marché, parfois simplement appelée "prime de risque". Mais attention : le rendement attendu sur *n'importe quel* actif est le taux sans risque plus une prime de risque. Il vaut mieux dire clairement de quelle prime de risque on parle.

Exemple 10

On estime le bêta de l'entreprise ABC à 1,26. Le taux sans risque est 1,94% et le rendement attendu du marché 14,05% cette année. Quel est la prime de risque du marché ? La prime de risque de ABC ? Le rendement attendu sur l'action de ABC ?

La prime de risque de marché est la différence entre le rendement attendu du marché et le taux sans risque :

$$E(r_M) - r_f = 14,05\% - 1,94\% = 12,11\%$$

La prime de risque de ABC est la prime du risque du marché multipliée par le bêta de l'entreprise ABC :

$$\beta_{ABC} \times [E(r_M) - r_f] = 1,26 \times 12,11\% = 15,26\%$$

Finalement, le rendement attendu ou espéré sur l'action de ABC est la somme du taux sans risque et de la prime de risque de ABC :

$$E(r_{ABC}) = 1,94\% + 15,26\% = 17,20\%$$

Testez-vous

En finance, plus grande sera l'étendue des valeurs (de rendement futur) possibles, plus le risque sera [...].

Comme les rendements de différentes actions sur le marché financier ne sont pas parfaitement corrélés (les cours boursiers de ces actions ne "bougent pas parfaitement" de la même façon), si on associe ces actions dans un portefeuille, certaines des variations vont [...].

La part de risque qu'on peut supprimer par la diversification est celle qui est [...] à une entreprise mais [...] pas les autres.

Le risque non diversifiable est appelé risque [...].

Une conséquence importante de l'effet diversification est que le risque spécifique ne sera pas [...] sur un marché financier efficient.

Si le bêta de l'actif est plus grand que 1, alors le risque systématique de celui-ci est plus [...] que le risque de marché.

Dans le cadre du MEDAF, la prime de risque appropriée pour un actif est le [...] de celui-ci, multiplié par la [...].

3 Risque financier et risque de défaut

3.1 Les composantes du risque et le “bêta sans dettes”

Réfléchissons maintenant au risque en finance, et plus précisément, aux composantes fondamentales du risque (systématique) pour une entreprise donnée.

Une façon utile de décomposer le risque découle de la question suivante : pourquoi deux entreprises qui font la même chose auraient-elles deux niveaux de risque différents ?

On entend par “faire la même chose” que ces entreprises ont le même genre d'activités, investissent dans les mêmes secteurs. Si cette question ne vous paraît pas absurde, c'est que vous acceptez implicitement qu'une part du risque est liée à la nature de l'activité. Vous avez raison : certaines activités (ou secteurs, ou industries) sont à l'évidence plus risquées que d'autres, et les données du marché financier le confirment. Les raisons en sont la stabilité plus ou moins grande de la demande de la part des clients, la structure des marchés, l'élasticité prix et la stabilité des prix des matières premières et autres *inputs*, la probabilité d'une rupture dans le process industriel, etc.

Et donc, pourquoi des entreprises de la même industrie ou du même secteur d'activité auraient-elles des niveaux de risque (systématique) différents ? Une raison importante est *la structure de leur ressources*, le rapport entre la quantité de dettes et celles de capitaux propres dans leur financement. Les paiements des intérêts sur la dette ne dépendent pas du niveau d'activité de l'entreprise : quel que soit le résultat avant intérêts, les intérêts doivent être payés. En conséquence, les entreprises avec une dette plus élevée auront des intérêts plus élevés à verser, et leurs profits (et rendements) auront une volatilité plus élevée. De surcroît, plus le ratio des dettes sur les capitaux propres est élevé, plus grande sera la probabilité de défaut (cessation de paiements, voire faillite) pour l'entreprise. Ces deux facteurs, volatilité plus élevée des rendements et risque de défaut accru, se combinent pour rendre les entreprises très endettées plus risquées que celles avec peu de dettes, toutes choses égales par ailleurs.

Sur la base de ces observations, on va scinder le risque systématique en deux composantes :

- le risque d'activité, parfois appelé risque d'industrie ou risque des actifs – car l'entreprise réalise son activité en exploitant ses actifs,
- le risque financier⁶, relatif au ratio dettes sur capitaux propres de l'entreprise.

⁶Qu'il ne faut pas confondre avec le concept plus général de risque en finance

En suivant cette décomposition, on définit le *bêta sans dette* (*unlevered beta* en anglais) ou bêta des actifs comme le coefficient bêta qui ne mesure que le risque d'activité. En d'autres termes, c'est le bêta qu'aurait l'entreprise si elle n'avait pas de dettes, seulement des capitaux propres.

Une relation très utile lie le bêta sans dette (noté β_{SD}) et le bêta "global" de l'entreprise, c'est-à-dire celui de ses capitaux propres :

$$\beta_{SD} = \frac{\beta}{\left(1 + \frac{D}{C} \times (1 - \tau)\right)} \quad (6)$$

et inversement :

$$\beta = \beta_{SD} \times \left(1 + \frac{D}{C} \times (1 - \tau)\right)$$

Attention à l'emplacement des parenthèses dans ces formules : seul le levier financier D/C est multiplié par $(1 - \tau)$.

β_{SD} le bêta sans dette de l'entreprise

β le bêta des capitaux propres de l'entreprise (le bêta standard défini plus haut)

D la valeur de marché des dettes de l'entreprise

C la valeur de marché des capitaux propres de l'entreprise

τ le taux marginal d'impôt sur les bénéfices de l'entreprise

Notez que le ratio D/C est appelé *levier financier* de l'entreprise.

L'équation montre que le bêta des actions (des capitaux propres) dépend de deux "facteurs" : le risque de son activité, représenté par le bêta sans dette, et le risque financier, proportionnel au levier financier, le ratio D/C . C'est ce qui découle des observations au début de cette section. On peut remarquer de plus que le bêta sans dette est, logiquement, plus faible que le bêta des capitaux propres, puis qu'on divise ce dernier par un facteur qui est plus grand que 1. Et c'est en effet logique, puisque le bêta sans dette ne représente qu'une partie du risque (le risque d'activité) alors que le bêta des capitaux propres représente la totalité du risque systématique.

La rigueur nous impose d'ajouter que, dans l'équation 6, on suppose que les dettes de l'entreprise ont un bêta nul, il n'y a pas de risque de marché sur les dettes – ce qui ne veut pas dire qu'il n'y a pas de risque sur les dettes de l'entreprise, voir la section suivante.

Exemple 11

Alpha SC, Inc. est dans le secteur des semi-conducteurs, dont le bêta sans dette est estimé à 0,96 au début de 2018. La valeur de marché des capitaux propres de Alpha SC est de 230 millions, et celle de ses dettes de 82 millions. Son taux d'impôt marginal sur les bénéfices est de 24%. Quelle est votre estimation du bêta de Alpha SC (le bêta de ses capitaux propres) ? En utilisant l'équation 6 ci-dessus, on obtient :

$$0,96 = \frac{\beta}{\left(1 + \frac{82}{230} \times (1 - 0,24)\right)}$$

Et donc :

$$\beta = 0,96 \times \left(1 + \frac{82}{230} \times (1 - 0,24)\right) = 1,2201$$

On peut remarquer dans l'exemple ci-dessus que, comme attendu, le bêta de l'entreprise est plus grand que son bêta sans dette : la présence de dette augmente le risque supporté par les actionnaires.

3.2 Le risque de défaut et le rendement attendu sur la dette

Comme on l'a dit précédemment, on fait souvent l'hypothèse que le bêta de la dette d'une entreprise est nul : le risque de la dette n'est pas corrélé avec le risque de marché.

Une des raisons pour lesquelles cette hypothèse semble raisonnable est que le risque le plus important sur la dette est probablement le *risque de défaut*, le risque que le débiteur (l'entreprise qui a emprunté) n'honore pas ses engagements (payer les intérêts et rembourser la dette à l'échéance). Le fait qu'un débiteur donné puisse faire défaut est plutôt spécifique à celui-ci, et donc indépendant du risque systématique et du risque de marché.

Comment ce risque est-il géré ? Pensez aux méthodes utilisées par les prêteurs professionnels (les banques) pour gérer et limiter le risque de défaut : ils prennent la décision de prêter ou non, et du niveau d'intérêt qu'ils demanderont sur la base d'*informations* sur le débiteur. Cette information est souvent obtenue (achetée) à des entreprises externes spécialisées dans ce genre de services.

C'est la même chose avec la dette des entreprises (ou même celle des états) sur les marchés financiers : des entreprises spécialisées, appelées *agences de notation* fournissent de l'information sur les entreprises et leurs emprunts, souvent agrégée sous forme d'une note globale appelée *rating*. Le *rating* va déterminer la prime de risque sur la dette, appelée *spread*.

Pour des raisons évidentes, les agences de notations sont supposées être totalement indépendantes des autres acteurs de la finance. Les plus connues au plan international sont probablement S&P, Moody's et Fitch.

Finalement, comme pour tout autre type d'actif ou titre, le rendement attendu sur la dette est la somme du taux sans risque et d'une prime de risque. Dans le cas de la dette, la prime de risque est appelée *spread* et est liée au *rating* de la dette.

Testez-vous

On définit le bêta sans dette ou bêta des actifs comme le coefficient bêta qui ne mesure que le [...].

Le bêta des actions (des capitaux propres) dépend de deux "facteurs" : le risque de son [...], représenté par le bêta sans dette, et le risque [...], proportionnel au levier financier.

Le risque le plus important sur la dette est probablement le risque de [...], le risque que le débiteur (l'entreprise qui a emprunté) n'honore pas ses engagements ([...] et [...]).

Résumé

- Une définition courante du risque en finance est l'incertitude relative aux rendements futurs d'un investissement.
- Sur la base de l'hypothèse que les agents financiers ont de l'aversion pour le risque, la relation de base entre rendement et risque postule que plus élevé est le risque, plus élevée doit être la prime

de risque incluse dans le rendement.

- Un investissement sans risque (incertitude) sur ses rendements futurs est supposé avoir un rendement minimum appelé le taux sans risque.
- Parce que les rendements des différentes actions ne sont pas parfaitement en corrélation, détenir des actions différentes dans un portefeuille permet d'éliminer le risque spécifique à celles-ci. Ce résultat est appelé l'effet diversification.
- Le risque qui reste après diversification est appelé le risque systématique. La prime de risque sur les actifs ne dépend que du risque systématique, parce que le risque spécifique peut être éliminé par la diversification.
- Le risque systématique est habituellement mesuré en unités de "risque de marché", c'est-à-dire le risque global de l'économie. Le coefficient de risque résultant est appelé le *bêta*.
- Le modèle qui associe le rendement attendu sur un actif et le risque systématique de cet actif mesuré par son bêta est appelé le Modèle d'Évaluation Des Actifs Financiers (MEDAF) :

$$E(r_i) = r_f + \beta_i \times [E(r_M) - r_f]$$

- $E(r_M) - r_f$ est la prime de risque du marché. La multiplication du bêta de l'actif par la prime de risque du marché donne la prime de risque de l'actif.
- Le risque systématique est principalement lié à deux composantes : le risque d'activité et le risque financier. Ce dernier dépend du *levier financier* de l'entreprise, le ratio de la valeur de marché de la dette sur celle des capitaux propres.
- Le bêta qu'aurait une entreprise si elle n'avait pas de dette, c'est-à-dire s'il n'y avait que le risque d'activité, est appelé le *bêta sans dette*. Il est lié au bêta des capitaux propres, au levier financier de l'entreprise et à son taux marginal d'impôt sur les bénéfices :

$$\beta_{SD} = \frac{\beta}{\left(1 + \frac{D}{C} \times (1 - \tau)\right)}$$

- Le risque principal sur la dette est le *risque de défaut*, qui est le risque que les débiteurs n'honorent pas leurs engagements.
- Les agences de notations notent les emprunts (dettes) des entreprises et des états par un *rating* qui à son tour détermine le *spread* sur la dette, qui est la base de sa prime de risque.

Exercices

Donnez toutes les réponses avec 2 décimales, sauf les bêtas qui doivent avoir 4 décimales. Rappelez-vous de n'arrondir que le résultat final : vous ne devez jamais arrondir un résultat intermédiaire.

Toutes les données estimées telles que la prime de risque de marché ou le taux sans risque proviennent du site du professeur Damodaran⁷. Les données de marché viennent de Yahoo Finance⁸.

1. Selon Yahoo Finance au début d'avril 2018, le bêta de Amazon.com, Inc. est 1,71. Les estimations pour la prime de risque de marché et le taux sans risque sont de 5,08% et 2,41% respectivement. Quelle est la prime de risque d'Amazon ? Quel est le rendement attendu sur les actions d'Amazon ? Quel est le rendement attendu sur le marché financier ?
2. Supposez que le rendement attendu sur les actions d'Apple Inc. soit de 7,89% actuellement. Yahoo Finance donne une estimation de 1,08 pour leur bêta. Si le taux sans risque est 2,4%, quelle est la prime de risque de marché implicitement contenue dans ces informations ?
3. Fin 2014, le directeur financier d'une société non cotée estime que ses actionnaires attendent un rendement de 12,15% sur leurs actions actuellement. Si le taux sans risque est de 2,17% en ce moment, et la prime de risque de 5,78%, quelle est l'estimation de bêta que le directeur financier a utilisée pour obtenir le rendement attendu ?
4. L'entreprise Space-Y est cotée sur un marché de "small caps" (petites capitalisations) et son action a cloturé à \$143,58 hier. Il y a au total 1,2 millions d'actions en circulation, et leur bêta est estimé à 1,82. L'entreprise n'a pas encore de dettes, mais elle envisage une émission d'obligations de 50 millions de dollars pour financer des investissements. Si le taux marginal d'imposition des bénéfices de Space-Y est 38%, qu'arriverait-il au bêta si les obligations sont émises ?
5. En 2011, Nebula Inc. est une société non cotée. Son directeur financier veut obtenir une estimation du rendement attendu de ses actions avant une éventuelle introduction en bourse. Il souhaite utiliser le MEDAF. Pour estimer son bêta, il a identifié une entreprise concurrente (donc avec la même activité) dont le bêta est 1,32. Le concurrent a un levier financier de 38%, alors que celui de Nebula n'est que de 0,18. Supposez que les deux entreprises ont un taux marginal d'imposition de 30% et utilisez 1,88% pour le taux sans risque et 6% pour la prime de risque de marché. Quelle est votre estimation du rendement attendu sur les actions de Nebula ?

⁷http://people.stern.nyu.edu/adamodar/New_Home_Page/datacurrent.html

⁸<https://finance.yahoo.com/>

Réponses aux exercices

1. Selon Yahoo Finance au début d'avril 2018, le bêta de Amazon.com, Inc. est 1,71. Les estimations pour la prime de risque de marché et le taux sans risque sont de 5,08% et 2,41% respectivement. Quelle est la prime de risque d'Amazon ? Quel est le rendement attendu sur les actions d'Amazon ? Quel est le rendement attendu sur le marché financier ?

Le MEDAF définit la prime de risque sur Amazon comme son bêta multiplié par la prime de risque du marché :

$$1,71 \times 5,08\% = 8,69\%$$

Ensuite, on ajoute simplement le taux sans risque à la prime de risque d'Amazon pour obtenir le rendement espéré sur les actions Amazon :

$$2,41\% + 8,69\% = 11,10\%$$

Finalement, le rendement attendu du marché est la somme de la prime de risque de marché et du taux sans risque :

$$5,08\% + 2,41\% = 7,49\%$$

2. Supposez que le rendement attendu sur les actions d'Apple Inc. soit de 7,89% actuellement. Yahoo Finance donne une estimation de 1,08 pour leur bêta. Si le taux sans risque est 2,4%, quelle est la prime de risque de marché implicitement contenue dans ces informations ?

On se souvient que la prime de risque d'un actif est son bêta multiplié par la prime de risque de marché. De ce fait, la prime de risque de marché est le ratio de la prime de risque de l'actif sur son bêta :

$$\frac{(7,89\% - 2,4\%)}{1,08} = 5,08\%$$

3. Fin 2014, le directeur financier d'une société non cotée estime que ses actionnaires attendent un rendement de 12,15% sur leurs actions actuellement. Si le taux sans risque est de 2,17% en ce moment, et la prime de risque de 5,78%, quelle est l'estimation de bêta que le directeur financier a utilisée pour obtenir le rendement attendu ?

En utilisant l'équation 3 on peut écrire :

$$\beta_i = \frac{(E(r_i) - r_f)}{(E(r_M) - r_f)}$$

Et on obtient :

$$\frac{(12,15\% - 2,17\%)}{5,78\%} = 1,7266$$

4. L'entreprise Space-Y est cotée sur un marché de "small caps" (petites capitalisations) et son action a cloturé à \$143,58 hier. Il y a au total 1,2 millions d'actions en circulation, et leur bêta est estimé à 1,82. L'entreprise n'a pas encore de dettes, mais elle envisage une émission d'obligations de 50 millions de dollars pour financer des investissements. Si le taux marginal d'imposition des bénéfices de Space-Y est 38%, qu'arriverait-il au bêta si les obligations sont émises ?

Comme Space-Y n'a pas encore de dette, son bêta actuel est un bêta sans dette. Ce qui arrivera si l'entreprise émet de la dette c'est qu'elle ajoutera du risque financier à son risque d'activité actuel, et son bêta augmentera d'autant.

Pour calculer le nouveau bêta, on doit d'abord trouver ce que sera le levier financier de l'entreprise avec la nouvelle dette :

$$\frac{50\,000\,000}{(1\,200\,000 \times 143,58)} = 0,2902$$

En utilisant l'équation 6 on peut alors écrire :

$$1,82 \times (1 + 0,2902 \times (1 - 0,38)) = 2,1475$$

5. En 2011, Nebula Inc. est une société non cotée. Son directeur financier veut obtenir une estimation du rendement attendu de ses actions avant une éventuelle introduction en bourse. Il souhaite utiliser le MEDAF. Pour estimer son bêta, il a identifié une entreprise concurrente (donc avec la même activité) dont le bêta est 1,32. Le concurrent a un levier financier de 38%, alors que celui de Nebula n'est que de 0,18. Supposez que les deux entreprises ont un taux marginal d'imposition de 30% et utilisez 1,88% pour le taux sans risque et 6% pour la prime de risque de marché. Quelle est votre estimation du rendement attendu sur les actions de Nebula ?

A partir du bêta et du levier financier du concurrent, on peut trouver le bêta sans dette, qui sera le même pour Nebula puisque les deux entreprises ont la même activité :

$$\beta_{SD} = \frac{1,32}{(1 + 0,38 \times (1 - 0,30))} = 1,0427$$

On utilise alors le bêta sans dette et le levier financier de Nebula pour trouver le bêta de cette dernière :

$$1,0427 \times (1 + 0,18 \times (1 - 0,30)) = 1,1740$$


Remarquez que le bêta de Nebula est plus faible que celui de son concurrent, ce qui est logique puisque Nebula a également un plus faible levier, et donc un risque financier plus faible.

On utilise maintenant le bêta de Nebula et le MEDAF pour trouver le rendement attendu sur les actions de Nebula :

$$1,88\% + 1,1740 \times 6\% = 8,92\%$$

Les sources de ce document sont disponibles sur <https://gitlab.com/jcbagneris/finance-sources>.

La plus récente version peut être téléchargée depuis <https://files.bagneris.net/>.

 Ce travail est protégé par une licence Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/legalcode.fr>. Les termes de cette licence vous permettent de modifier ce document et de l'utiliser comme base de votre travail dès lors que vous me citez comme auteur de la version d'origine et que votre version est publiée avec une licence identique.